

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

### Θέμα 1<sup>ο</sup>

α) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως αληθείς ή ψευδείς

- 1) Ισχύει  $\log_{0,2} 4 < \log_{0,2} 5$  . Σ Λ
- 2) Ισχύει  $\ln x > 3$  όταν  $x > e^3$  . Σ Λ
- 3) Ισχύει  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1) < \log_{\frac{1}{2}} x^2$  ,  $x \neq 0$  Σ Λ
- 4) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f(x) = \ln\left(\frac{3-x}{x+1}\right)$  είναι  $A = (-1,3)$  . Σ Λ
- 5) Ισχύει  $\ln(x-3)^2 = 3\ln(x-3)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  . Σ Λ
- 6) Η παράσταση  $A = \ln(\ln(\sin x))$  ορίζεται για κάθε  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  Σ Λ

β) Να αντιστοιχίσετε κάθε συνάρτηση της στήλης Α με το πεδίο ορισμού της στην στήλη Β.

Συναρτήσεις Στήλη Α	Πεδία ορισμού Στήλη Β
α) $f(x) = \log_x(x-10)$	1) $(2, +\infty)$
β) $g(x) = \ln(2^x - 4)$	2) $(10, +\infty)$
γ) $h(x) = \ln x^2 - 1 $	3) $\left(0, \frac{1}{10}\right) \cup \left(\frac{1}{10}, 10\right) \cup (10, +\infty)$
δ) $K(x) = \frac{2014}{1 + \log x} + \frac{2014}{1 - \log x}$	4) $(-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$

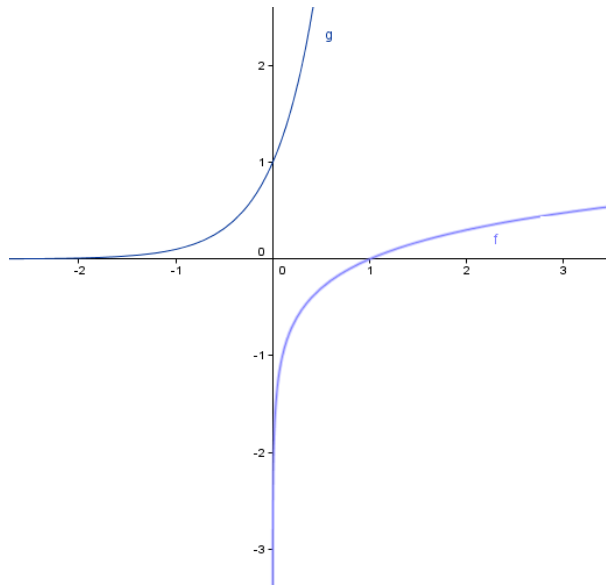
### Θέμα 2<sup>ο</sup>

α) Να αντιστοιχίσετε κάθε εξίσωση ή σύστημα της στήλης Α με την λύση ή τις λύσεις στην στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
α) $\log_2(6x-10) - 3 = 2\log_2 \sqrt{10}$	1) $x = 15$
β) $\ln(e^{2x} + 5) = \ln 6 + x$	2) $x = 5, y = 2$ ή $x = 2, y = 5$
γ) $\begin{cases} x + y = 7 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$	3) $x = \frac{1}{10}, y = \frac{1}{10}$

$3^{\log x} + 3^{\log y} = \frac{2}{3}$ δ) $\log x + \log \frac{1}{y} = 0$	4) $x = 0$ ή $x = \ln 5$
	5) $x = -5, y = 2$ ή $x = 5, y = -2$

β) Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f, g$  με τύπο  $f(x) = \log x, g(x) = 10^x$



Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως αληθείς ή ψευδείς.

- 1) Η γραφική παράσταση της  $g$  τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $(0,1)$ .
- 2) Για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει  $g(x) > 0$ .
- 3) Αν  $x_1 > x_2 > 0$  τότε  $f(x_1) < f(x_2)$ .
- 4) Το σύνολο τιμών της  $g$  είναι το  $\mathbb{R}$ .
- 5) Για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει  $g(x) < f(x)$ .

### Θέμα 3<sup>ο</sup>

α) Να δείξετε ότι για κάθε  $x > 0$  ισχύει:

i)  $3^{\ln x} = x^{\ln 3}$ .

ii)  $3^{\ln x} + \frac{1}{x^{\ln 3}} \geq 2$

iii) Οι αριθμοί  $81^{\ln \sqrt[4]{x}}, 3^{\ln x}, x^{\ln 3}$  ( $x > 0$ ) είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

β) Να λύσετε την εξίσωση  $3^{\ln x^2} - 3x^{\ln 9} - 3^{\ln x} + 3 = 0$ .

γ) Να λύσετε την ανίσωση  $3^{\ln x^2} + 2x^{\ln 3} \leq 3$ .

#### **Θέμα 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \log(9^x + 3) - x \log 3 - \log 4$$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $A$  της συνάρτησης  $f$ .

β) Να δείξετε ότι  $f(x) = \log\left(\frac{9^x + 3}{4 \cdot 3^x}\right)$

γ) Να αποδείξετε ότι η  $C_f$  διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

δ) Να λύσετε την εξίσωση  $f\left(\frac{1}{2}\right) = \log(\eta\mu x)$  στο διάστημα  $(0, 2\pi)$ .

ε) Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει ελάχιστη τιμή στην θέση  $x = \frac{1}{2}$ .